

EJEMPLO 11 ▶ Utilice el teorema del residuo para determinar si $x - 5$ es un factor de $6x^2 - 25x - 25$.

Solución Sea $P(x) = 6x^2 - 25x - 25$. Si $P(5) = 0$, entonces el residuo de $(6x^2 - 25x - 25)/(x - 5)$ es 0, y $x - 5$ es un factor del polinomio. Si $P(5) \neq 0$, entonces hay un residuo y $x - 5$ no es un factor.

$$\begin{aligned} P(x) &= 6x^2 - 25x - 25 \\ P(5) &= 6(5)^2 - 25(5) - 25 \\ &= 6(25) - 25(5) - 25 \\ &= 150 - 125 - 25 = 0 \end{aligned}$$

Como $P(5) = 0$, $x - 5$ es un factor de $6x^2 - 25x - 25$. Observe que $6x^2 - 25x - 25 = (x - 5)(6x + 5)$.

▶ Ahora resuelva el ejercicio 89

CONJUNTO DE EJERCICIOS 5.3



Ejercicios de concepto/redacción

1. a) Explique cómo dividir un polinomio entre un monomio.
b) Utilizando el procedimiento que explicó en la parte a), divida $\frac{5x^4 - 6x^3 - 4x^2 - 12x + 1}{3x}$.
2. a) Explique cómo dividir un trinomio en x entre un binomio en x .
b) Mediante el procedimiento que explicó en la parte a), divida $2x^2 - 12 + 5x$ entre $x + 4$.
3. Un trinomio dividido entre un binomio tiene un residuo de 0. ¿El cociente es un factor del trinomio? Explique.
4. a) Explique cómo puede verificarse la respuesta cuando se divide un polinomio entre un binomio.
b) Utilice la explicación que dio en la parte a) para comprobar si la siguiente división es correcta.
$$\frac{8x^2 + 2x - 15}{4x - 5} = 2x + 3$$

c) Verifique si la siguiente división es correcta.
$$\frac{6x^2 - 23x + 13}{3x - 4} = 2x - 5 - \frac{8}{3x - 4}$$
5. Cuando se divide un polinomio entre un polinomio, ¿qué hay que hacerle a los polinomios antes de comenzar?
6. Explique por qué $\frac{x-1}{x}$ no es un polinomio.
7. a) Describa cómo se divide un polinomio entre $(x - a)$ mediante la división sintética.
b) Utilizando el procedimiento que indicó en la parte a), divida $x^2 + 3x - 4$ entre $x - 5$.
8. a) Establezca el teorema del residuo.
b) Mediante el procedimiento que indicó en la parte a), determine cuál es el residuo cuando $x^2 - 6x - 4$ se divide entre $x - 1$.
9. En el problema de división $\frac{x^2 + 11x + 21}{x + 2} = x + 9 + \frac{3}{x + 2}$, ¿ $x + 9$ es un factor de $x^2 + 11x + 21$? Explique.
10. En el problema de división $\frac{x^2 - 3x - 28}{x + 4} = x - 7$, ¿ $x - 7$ es un factor de $x^2 - 3x - 28$? Explique.

Práctica de habilidades

Divida.

- | | | | | |
|-----------------------|---------------------------------|-----------------------------------|---|--------------------------------------|
| 11. $\frac{x^9}{x^7}$ | 12. $\frac{m^{13}}{m^3}$ | 13. $\frac{a^{11}}{a^7}$ | 14. $\frac{b^8}{b^3}$ | 15. $\frac{z^{16}}{z^8}$ |
| 16. $\frac{q^6}{q^6}$ | 17. $\frac{12r^7s^{10}}{3rs^8}$ | 18. $\frac{7y^{14}z^7}{4y^{11}z}$ | 19. $\frac{15x^{18}y^{19}}{3x^{10}y^8}$ | 20. $\frac{21a^8b^{17}}{9a^7b^{10}}$ |

Divida.

- | | | |
|---|------------------------------------|--|
| 21. $\frac{4x + 18}{2}$ | 22. $\frac{9x + 8}{3}$ | 23. $\frac{4x^2 + 2x}{2x}$ |
| 24. $\frac{12x^2 - 8x - 24}{4}$ | 25. $\frac{5y^3 + 6y^2 - 12y}{3y}$ | 26. $\frac{21y^5 + 14y^2}{7y^4}$ |
| 27. $\frac{4x^5 - 6x^4 + 12x^3 - 8x^2}{4x^2}$ | 28. $\frac{15x^3y - 25xy^3}{5xy}$ | 29. $\frac{8x^2y^2 - 10xy^3 - 5y}{2y^2}$ |

$$30. \frac{4x^{13} + 12x^9 - 11x^7}{4x^6}$$

$$33. \frac{3xyz + 6xyz^2 - 9x^3y^5z^7}{6xy}$$

$$31. \frac{9x^2y - 12x^3y^2 + 15y^3}{2xy^2}$$

$$34. \frac{6abc^3 - 5a^2b^3c^4 + 13ab^5c}{3ab^2c^3}$$

$$32. \frac{a^2b^2c - 6abc^2 + 5a^3b^5}{2abc^2}$$

Divida utilizando la división larga.

$$35. \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$$

$$38. \frac{2x^2 + 13x + 20}{x + 4}$$

$$41. \frac{x^2 + 6x + 3}{x + 1}$$

$$44. \frac{2c^2 + c + 1}{2c + 5}$$

$$47. \frac{4x^2 - 36}{2x - 6}$$

$$50. \frac{-a^3 - 6a^2 + 2a - 4}{a - 1}$$

$$53. (4a^3 - 5a) \div (2a - 1)$$

$$56. \frac{4b^5 - 18b^3 + 14b^2 + 18b - 21}{2b^2 - 3}$$

$$59. \frac{2c^4 - 8c^3 + 19c^2 - 33c + 15}{c^2 - c + 5}$$

$$36. \frac{x^2 + x - 20}{x + 5}$$

$$39. \frac{6x^2 + x - 2}{2x - 1}$$

$$42. \frac{a^2 - a - 17}{a + 3}$$

$$45. \frac{8x^2 + 6x - 25}{2x - 3}$$

$$48. \frac{16p^2 - 9}{4p + 3}$$

$$51. \frac{4y^3 + 12y^2 + 7y - 9}{2y + 3}$$

$$54. (2x^3 + 6x + 33) \div (x + 4)$$

$$57. \frac{3x^4 + 4x^3 - 32x^2 - 5x - 20}{3x^3 - 8x^2 - 5}$$

$$60. \frac{2y^5 + 2y^4 - 3y^3 - 15y^2 + 18}{2y^2 - 3}$$

$$37. \frac{6x^2 + 16x + 8}{3x + 2}$$

$$40. \frac{12x^2 - 17x - 7}{3x + 1}$$

$$43. \frac{2b^2 + b - 8}{b - 2}$$

$$46. \frac{8z^2 - 18z - 7}{4z + 1}$$

$$49. \frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 4}{x + 1}$$

$$52. \frac{9b^3 - 3b^2 - 3b + 4}{3b + 2}$$

$$55. \frac{3x^5 + 2x^2 - 12x - 4}{x^2 - 2}$$

$$58. \frac{3a^4 - 9a^3 + 13a^2 - 11a + 4}{a^2 - 2a + 1}$$

Divida usando la división sintética.

$$61. (x^2 + 7x + 6) \div (x + 1)$$

$$63. (x^2 + 5x + 6) \div (x + 2)$$

$$65. (x^2 - 11x + 28) \div (x - 4)$$

$$67. (x^2 + 5x - 14) \div (x - 3)$$

$$69. (3x^2 - 7x - 10) \div (x - 4)$$

$$71. (4x^3 - 3x^2 + 2x) \div (x - 1)$$

$$73. (3c^3 + 7c^2 - 4c + 16) \div (c + 3)$$

$$75. (y^4 - 1) \div (y - 1)$$

$$77. \frac{x^4 + 16}{x + 4}$$

$$79. \frac{x^5 + x^4 - 9}{x + 1}$$

$$81. \frac{b^5 + 4b^4 - 14}{b + 1}$$

$$83. (3x^3 + 2x^2 - 4x + 1) \div \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$85. (2x^4 - x^3 + 2x^2 - 3x + 7) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$62. (x^2 - 7x + 6) \div (x - 1)$$

$$64. (x^2 - 5x + 6) \div (x - 2)$$

$$66. (x^2 + 17x + 72) \div (x + 9)$$

$$68. (x^2 - 2x - 39) \div (x + 5)$$

$$70. (2b^2 - 9b + 1) \div (b - 6)$$

$$72. (z^3 - 7z^2 - 13z + 25) \div (z - 2)$$

$$74. (3y^4 - 25y^2 - 29) \div (y - 3)$$

$$76. (a^4 - 16) \div (a - 2)$$

$$78. \frac{z^4 + 81}{z + 3}$$

$$80. \frac{a^7 - 2a^6 + 13}{a - 2}$$

$$82. \frac{z^5 - 3z^3 - 7z}{z - 2}$$

$$84. (8x^3 - 6x^2 - 5x + 3) \div \left(x + \frac{3}{4}\right)$$

$$86. (9y^3 + 9y^2 - y + 2) \div \left(y + \frac{2}{3}\right)$$

Determine el residuo de las siguientes divisiones mediante el teorema del residuo. Si el divisor es un factor del dividendo, indíquelo.

$$87. (4x^2 - 5x + 6) \div (x - 2)$$

$$89. (x^3 - 2x^2 + 4x - 8) \div (x - 2)$$

$$91. (-2x^3 - 6x^2 + 2x - 4) \div \left(x - \frac{1}{2}\right)$$

$$88. (-2x^2 + 3x - 2) \div (x + 3)$$

$$90. (x^4 + 3x^3 + x^2 + 22x + 8) \div (x + 4)$$

$$92. (-5x^3 - 6) \div \left(x - \frac{1}{5}\right)$$